

ZADACI ZA VJEŽBU

Apsolutna vrijednost

1. Izračunajte: $|3 - \pi|$, $|-1 + \sqrt{2}|$, $|-2 + \sqrt{2}|$, $|1 - 2\pi + \pi^2|$

2. Riješite jednačbe:

a) $|x - 1| = 1$

e) $|x - 2| + |x - 4| = 3$

b) $|x^2 - 1| = 3$

f) $|x^2 - 3x + 2| = -x^2 + 3x - 2$

c) $||x| - 1| = 2$

g) $\left| \frac{x-1}{x+1} \right| = \frac{x-1}{x+1}$

d) $x^2 - |x| - 2 = 0$

h) $\sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + 14x + 49} = 3$

3. Riješite nejednačbe:

a) $|x| < 2$

e) $|1 - 2x| > 4$

b) $|y| > -1$

f) $|x - 3| + |x| < 4$

c) $|y| < -1$

g) $\left| \frac{x-3}{x+2} \right| > 1$

d) $|5x + 2| \leq 7$

h) $|x^2 - 4x| \leq 0$

4. Grafički riješite jednačbe:

a) $x^2 - |x| - 2 = 0$

b) $|2x^2 - 3| = -x$

c) $|\sin x| = |\cos x|$

5. Grafički i računski riješite sustave jednačbi

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ |x| + y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + |y| = 2 \\ y = |x^2 - 2x| \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ y = |x^2 - 1| \end{cases}$

d) $\begin{cases} |x| - |y| = 1 \\ y + x^2 = 1 \end{cases}$

Kartezijev produkt i relacije

1. Odredite $A \times B$, $B \times A$, A^2 , B^2 , ako je

a) $A = \{-7, 2, 0\}$, $B = \{x, y\}$

b) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - |x| = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : |x+1| = 5\}$

2. Zadani su skupovi $A \subset \mathbb{R}$, $B \subset \mathbb{R}$. U koordinatnoj ravnini nacrtajte skup $A \times B$ ako je

a) $A = \langle 1, 6 \rangle$, $B = [-1, 2]$

b) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| \leq 5\}$, $B = \{y \in \mathbb{R} : |y| > 1\}$

3. U koordinatnoj ravnini nacrtajte skup $S \subset \mathbb{R}^2$, ako je

a) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = |x|\}$

b) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y < |x|\}$

c) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq |x|\}$

d) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 2x + y^2 \geq 0\}$

e) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 < 2y\}$

f) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 2^{-|x|}\}$

4. Zadani su skupovi:

a) $P = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 - x^2 > 0\}$, $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq x^2\}$

b) $P = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 < 1\}$, $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 16y^2 \leq 16\}$

u koordinatnoj ravnini nacrtajte skupove P , Q , $P \cap Q$.

Kompleksni brojevi

1. Odredite $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$ ako je

a) $z = \frac{5 + i\sqrt{3}}{5 - i\sqrt{3}}$

b) $z = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} + 2i) - (\sqrt{3} + i)(\sqrt{2} - i)$

c) $z = \frac{(1+i)(1-i\sqrt{3})}{(1-i)(\sqrt{3}+i)}$

2. Odredite trigonometrijski oblik kompleksnih brojeva

$z_1 = 1 + i$, $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$, $z_3 = 1 - i$, $z_4 = \sqrt{3} + i$, a zatim odredite

trigonometrijski oblik broja $z = \frac{z_1 \cdot z_2}{z_3 \cdot z_4}$.

3. U skupu kompleksnih brojeva riješite jednađbe:

a) $z^2 - \bar{z} = 0$

b) $z \cdot \bar{z} - z^2 = 2 + 4i$

c) $z^2 + |z|^2 + \bar{z} = \operatorname{Re}(z) + 1$

4. Zapišite u trigonometrijskom obliku broj $z = \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}$, a zatim izračunajte z^6 , $\sqrt[5]{z}$.

5. U skupu C riješite jednađbe:

a) $z^5 - 32 = 0$

b) $z^6 - 5 = 5\sqrt{3}i$

c) $z^4 - 2\sqrt{3}i = 4$

6. Skicirajte u Gaussovoj ravnini skupove:

$$A = \{z \in C : |z - 1 + i| \leq \operatorname{Im}(\bar{z})\}, B = \{z \in C : |z + 2 - 3i| > 1\}, C = \{z \in C : 1 < |z + i| \leq 2\}, \\ D = \{z \in C : \operatorname{Re}(1 + iz) \leq 0\}, E = \{z \in C : \operatorname{Im}(1 + iz) > 0\}, F = \{z \in C : z - 3 \leq \bar{z} \cdot i - 3i\}.$$

7. Zadani su skupovi

a) $A = \{z \in C : |z + i| \leq 3\}$

b) $A = \left\{z \in C : \left| \frac{z - i}{z + 2} \right| \leq 1 \right\}$

$B = \{z \in C : \operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z) \geq 1\}$

$B = \left\{z \in C : \left| \frac{z + 1}{z - i} \right| \geq 1 \right\}$

Nacrtajte skupove: A , B , $A \cap B$, $A \cup B$.

Binomna formula

1. Razvijajte po binomnoj formuli

a) $(\sqrt{a} + 2a^{-\frac{1}{2}}b)^6$

b) $\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - 3x \cdot \sqrt[5]{x}\right)^5$

c) $(2+i)^7$

d) $\left(\frac{1}{2} - i\right)^7$

2. Odredite 5. član u razvoju binoma $(3x^2y - 5xy^{-2})^7$.

3. U razvoju binoma $(x^2 + 2x^{-1})^6$, odredite koeficijent uz x^2 , kao i član bez x .

4. U razvoju binoma $(x+y)^n$ drugi član je 240, treći član 720, a četvrti 1080. Odredite (iz tih uvjeta) x, y i n .

5. U razvoju binoma $\left(\sqrt[1]{3^{-3(1-x)}} + \sqrt[5]{3^{-x}}\right)^n$, odredite x tako da šesti član bude $5313n$, ako se binomni koeficijenti šestog i četvrtog člana odnose kao 21:1.

ZADACI ZA VJEŽBU

Skupovi brojeva

1. a) Zadani su skupovi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x(x^2 - 1) > 0\} \text{ i } B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 3| + |x| \leq 4\}.$$

Odredite skupove $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $A \setminus A$ i nacrtajte ih na brojevnom pravcu.

- b) Zadani su podskupovi (relacije) skupa \mathbb{R}^2

$$A = \{(x, y) : |x + 1| \leq 1\}, B = \{(x, y) : 0 \leq y \leq |x + 1|\}.$$

Nacrtajte skupove A , B i izračunajte površinu skupa $A \cap B$.

2. a) Izračunajte z^{16} i $\sqrt[5]{z}$ ako je $z = (-i)^5 - i^3 + i^8 - i^{21}$.

- b) Odredite realni i imaginarni dio kompleksnog broja $(-1 + i\sqrt{3})^9$ pomoću
- Moivreove formule
- binomne formule

3. a) U kompleksnoj ravnini nacrtajte skupove

$$A = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 3\} \text{ i } B = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \geq 1\}$$

i izračunajte površinu skupa $A \setminus B$.

- b) U skupu \mathbb{C} riješite jednačinu

$$(2 + 5i)z^3 - 2i + 5 = 0.$$

4. a) Razvijte po binomnoj formuli

$$\left(\sin x - \frac{1}{\sin x}\right)^9$$

- b) Odredite onaj član u razvoju binoma

$$\left(\frac{1}{2}\sqrt{a^3} + \sqrt[12]{a^2}\right)^{12}$$

koji se nalazi uz potenciju a^{13} .