

REDOVI – Zadaci (1. dio)

1. a) Izračunajte sumu reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

b) Ispitajte konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} n$

c) Ispitajte konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

d) Odredite opći član, n-tu parcijalnu sumu i sumu reda:

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 6} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots$$

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}}$. Odredite n-tu parcijalnu sumu, te sumu reda.

3. Zapišite periodičan decimalni broj $0.135135135\dots$ kao (do kraja skraććen) razlomak.

4. Da li konvergiraju sljedeći redovi:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n+5}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{n+5}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2+2}{2n^2+5}$

5. Je li ispunjen nužan uvjet konvergencije?

a) $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots$

b) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots$

c) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \dots$

d) $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{6}{27} + \frac{8}{81} + \dots$

6. Ispitajte konvergenciju redova: (pomoću poredbenog kriterija)

a) $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} + \dots$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

7. Ispitajte konvergenciju redova: (pomoću d'Alembertovog kriterija)

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n!} \quad (a \in \mathbb{R}, a > 0)$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

8. Ispitajte konvergenciju redova: (pomoću Cauchyjevog kriterija)

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$

b) $\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} \right)^4 + \left(\frac{3}{4} \right)^9 + \dots + \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2} + \dots$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

9. Ispitajte konvergenciju redova: (pomoću Raabeovog kriterija)

a) $\frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \dots$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(a+1) \cdot (a+2) \cdot \dots \cdot (a+n)}$

10. Pomoću Cauchyjevog integralnog kriterija ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$.

11. Provjerite konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n}$ (pomoću Leibnizovog kriterija).

12. Ispitajte konvergenciju redova:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{n}$